

## 周元樂先生傳

### (一) 成長歷程

周元樂湖北省襄樊市南漳縣人，1924年9月1日出生於南漳周灣村。父周鼎臣任周灣團總，負責地方治安，靠土地維生。1929年一次地方戰亂，老家被毀，舉家遷漢口，此時家中有大祖母、二祖父、二祖母等十五人之多。漢口距南漳四百公里，全家在漢口無以維生，1931年再遷回襄樊。同五姐、四哥、六弟等四人，入襄陽省立第十二小學。1932年全家又由襄樊遷回南漳，周先生不願隨家再遷，乃寄住於襄陽漢聖庵，繼續在十二小就學。1937年夏考取襄陽省立第十五中學，其年七月七日日軍侵略我國，未及一年佔領華北、華東、武漢等地，襄樊成為對日抗戰最前線，省立十五中西遷兩百公里至均縣，成立湖北省立聯合中學均縣分校。周先生1941年元月均縣分校畢業，與同班同學王嘉琪、姚重華、崔德忻三人在嚴冬天氣由南漳徒步經興山、秭歸、巴山至恩施歷時兩週，準備報考恩施高中。

其時湖北省、鄂東、鄂南皆經日軍佔領，所剩只有鄂西、鄂北部分。以長江為界，江北屬第五戰區由李宗仁任長官，江南屬第六戰區由陳誠任長官，陳誠並兼任湖北省省主席，鄂北地區包括襄樊地區卻歸李宗仁管轄。鄂西、鄂北雖同屬一省，可是卻有不同的教育制度，在鄂西教育廳長為張伯瑾，行計劃教育，初中畢業生升高中、高職等校全無考試，而由教育廳按學生志願與能力直接分配；而鄂北初中畢業生考取何校仍以入學考試為主。

周先生等至恩施後發現鄂西高中由教育廳分發入校，湖北聯中均縣分校因屬第五戰區，教育廳不分發均縣分校畢業學生。所幸均縣分校黃繼忠校長正在恩施開會，乃經他向教育廳呈情，周先生等四人乃被分發在恩施高級農業職業學校入學。

1941年五月周先生與王嘉琪因共黨嫌疑而被監禁兩週（那時陳誠在恩施地區監禁了幾百專校學生，直至抗戰勝利後才被釋放），六月先是王嘉琪偷走重慶，七月周先生同姚重華、崔德忻乘夜偷走，經四天步行至萬縣。到萬縣後路費用盡，當夜在萬縣黃石公園中睡了一晚，次日到江邊以戒指一個託水手搭黃魚到重慶。到重慶後以戰區學生身份分發到重慶江北招待所，管吃、管住，直到考取在合川的國立第二中學為止。合川距重慶一百八十里，在嘉陵江上由重慶到合川輪船四小時可到，周先生等考二中時因無船票錢，由重慶到合川是步行的，一共走了一天半。

## （二）大學時代

二中畢業後，保送貴州的國立浙江大學數學系，同班同學有廖崇美、沈文信、吳德昌、董靜珊（女）共五人。1944年八月在湄潭永興場入學，永興場是浙大新生部所在地，那年新生共有三百人左右。不久，對日戰事惡化，廣西的柳州被佔，貴州吃緊，浙大全部停課，準備應變。一部份同學組織一個五十人軍事慰問團參加前線抗戰，周先生則與另一些男同學在校接受軍事訓練，成立自衛隊準備反抗日軍，所幸兩三個月後，滇緬路打通，日軍潰退，浙大復課。

1945年夏，日軍投降，此時周先生由永興場到湄潭讀二年級，得識四年級同學楊忠道、朱潤祖等。

1946年夏，貴州浙大回遷杭州，浙大在浙江龍泉原有浙大分校，招收一、二年級學生。在龍泉讀完後再到貴州讀三、四年級，此時龍泉分校也遷回杭州。數學系二年級除了原來的五人外，現在又加添了谷超豪、張鳴墉、吳洪鰲、陳慶益四人，共有九人。

1947年因內戰關係，家中經濟來源斷絕，休學半年到杭州青年中學任教，青年中學為高級中學，屬國防部，專為當時參加十萬青年軍的退伍學生而設。

### (三) 助教時代

日本投降後，1946年台灣大學由浙大羅宗洛、陳建功、蘇步青諸位教授接收，羅為校長，陳為教務長，蘇為理學院院長。在日治時代，台灣大學為日本台北帝國大學，沒有數學系，只有數學教室，蘇步青先生乃在台大成立數學系。陳、蘇二先生1948年回浙大後，理學院院長及數學系系主任由沈璿先生繼任。1949年周先生浙大畢業後，乃由蘇步青先生介紹給沈璿先生而到台大數學系任助教，1949年三月到職。

稍後中研院數學所也由上海搬到台北，借用台大數學系辦公室。那時數學所有姜立夫（所長）、胡世楨、王憲鐘（研究員）、廖山濤、楊忠道（助理研究員）諸先生，他們都在台大兼課。稍後前中央大學校長周鴻經先生也在台大兼課，周先生一直擔任周鴻經先生助教，從周鴻經先生那裡他得到很多啟示，與王憲鐘、

廖山濤、楊忠道諸先生這段時期之交往也對周元樂先生此後的數學發展有很大的影響。

#### (四) 留學美國

1954年七月周先生由楊忠道先生介紹，得伊利諾大學數學系獎學金，赴美留學。1955年七月中國暑期學生會上，得遇芝加哥大學陳省身教授，得蒙指引在伊利諾大學跟機率大師 J. L. Doob 學習。1958年元月在 Doob 教授指導下，完成鞅論方面的博士論文。

1956年 Doob 教授去瑞士休假一年，周先生此時已修完博士所需課程，全心撰寫論文。當時電腦興起，伊利諾大學數學系開設第一門的電腦程式設計課程，一個學期三個學分，周先生選修了這門課程。

#### (五) 任職美國

1958年元月周先生得博士學位後，留校在電腦中心做博士後研究，跟 A. H. Taub 教授從事航空力學研究。1959年七月參加紐約 I.B.M. 研究中心從事圖像識別。1960年元月調至紐約城 I.B.M. Watson 試驗室工作。Watson 試驗室為 I.B.M. 與哥倫比亞大學合辦的，設在哥大校區，負責哥大的應用數學的研究與教學，機率是應用數學，周先生便在哥大統計系任兼職助教授。哥大統計系此時有 H. E. Robbins、H. Levine、T. W. Anderson、R. Pyke、J. Gundy、D. Yilvisaker、J. Sacks、L. Takac、C. Derman 諸教授。周先生自此時起與 H. E. Robbins 合作，開始機率

統計方面研究。1961 年周先生升任為哥大副教授，1962 年轉至普渡大學，並與 Gupta 教授結為終身好友。1965 年升為教授，1968 年再回哥大任教。其間於 1967 年獲選為國際數理統計學會會士 ( IMS Fellow )。

#### (六) 為台灣服務

在 1968 年夏天，王九遠先生在台灣，陳省身先生在美國，聯合寫信給在美國讀數學的學者，詢問最近兩、三年內是否可能利用假期期間回台灣半年或一年，周先生立即表明很有興趣，而在 1970 年與趙民德先生 ( 後來統計科學研究所籌備處主任及第一、二屆所長 ) 一起返台。1970 年至 1977 年周先生任中央研究院數學所所長兼研究員。其間創辦數學集刊，並自 1974 年至 1980 年擔任該雜誌主編。除了數學外，周先生對台灣電腦的發展也相當注重，1971 年邀請任職 IBM 的劉兆寧先生返台一年，並由他請張系國先生一起投入。1974 年在院士會議通過成立資訊科學研究所。周先生同時榮獲中央研究院院士，並擔任資訊科學研究所學術諮詢委員會委員。

除此之外，周先生熱心提倡統計，幫主計處辦訓練班，四處演講，勸人唸統計。早在 1962 年即建議 Robbins，撥兩個學生名額給台灣學生，最早受其惠者有林丕二先生。亦因此開啟台灣數學系的畢業生轉學統計之風氣。先後受其影響者有黃登源先生、吳建福先生、熊昭女士及魏慶榮先生等，前述諸人後來在統計界都有一定的貢獻。1980 年周先生、李景均先生、刁錦寰先生諸人由楊宗道先生領銜出面，在院士會議提案並通過成立統計科學研究所，周先生並擔任統計科學

研究所設所諮詢委員會主任委員，隔年成立籌備處，半年後趙民德先生應聘為籌備處主任。因周先生之學術成就及推展統計之貢獻，在 1980 年周先生當選為國際統計學會榮譽會員 ( ISI elected member )。此後，周先生經常返台，推廣統計與學術研究，1993 年自哥大退休後，至今依然熱心研究，目前仍是中央大學數學系的訪問教授，並指導學生撰寫論文。

### (七) 學術成就

周先生的主要學術貢獻，可從鞅論、最佳止步理論以及序貫分析三方面來描述。

#### (1) 鞅論：

鞅論的基本定義是賭局的一些粗糙想法而激發出來的。周先生的博士論文指導教授 J. L. Doob，在 1940 年到 1950 年間的劃時代作品，使得鞅論變為近代機率論裏的顯學。

早在周先生還是博士生時，他就導出了現在眾所皆知的 Hájek-Rényi-Chow 不等式。這是個最大機率不等式，推廣了先前 Kolmogorov 及 Doob 在獨立變數和與下鞅的結果，而且與他們不同的地方在於，不假手於 Kronecker 引理可直接導出強收斂定理。當初周先生發現這個結果，因感於證明簡單而請問 Doob 教授是否適宜發表。是在 Doob 的鼓勵下，這篇文章才得以問世。老師的影響，在此可見一斑。

接著周先生研究下標 ( index ) 為有向集 ( directed set ) 的鞅收斂性質。其動

機有部分是因為 Dieudonné 提出一個反例，說明 Doob 的收斂定理在下標並無完全有秩 (totally ordered) 時並不成立。另有一部分是在微分理論裏，下標集只是部分有秩 (partially ordered)。周先生引進一些涵蓋 (covering) 性質，【有個特例現在叫做 Vitali-Chow 條件】，將古典 Lebesgue 及 Wald 的微分理論，在鞅的架構下統一起來。

周先生也做了不少鞅的局部收斂定理，這些結果可用來分析過程的局部表現，在隨機迴歸理論與調適控制理論裏相當有用。

此外，對鞅收斂與對應平方函數的研究，周先生是第一位考慮鞅差任何次方和，並且引進三項分解式的人。他得到了指數大過 2 的一些收斂定理，這些都是 Burkholder 不等式難以應用的結果。

## (2) 最佳止步理論：

最佳止步理論是在研究，在一序列的賭局裡，為對其財富最為有利，賭客應何時停止賽局的問題。

自 1961 年起，周先生和 Robbins 合作發表了一系列基礎性的文章，提供了這個問題清晰的數學架構，探討了最佳解是否存在的條件，而且如果存在，如何算出最佳止步的規則。其中最有趣的範例就是所謂的“秘書問題”，另外周先生也和 Robbins 探討了在動態規劃以及貝氏序貫分析上的應用。

在 1971 年他們和 Siegmund 出版了專書 *Great Expectations: The Theory of Optimal Stopping*，描繪了最佳止步的一般理論。該書目前雖已絕版，卻早成為

這個領域的經典之作。

### (3) 序貫分析

序貫分析是 A. Wald 於 1940 年代，在哥倫比亞大學開創出來的。和古典統計不同的地方，在於在序貫分析的抽樣程序並不要求樣本數固定，而是隨時可以根據已有的資料，決定是否停止抽樣。Wald 首先在假設檢定這個子領域，發展出序貫機率比檢定 ( SPRT )。

1965 年周先生和 Robbins 對母體平均值提供了一種序貫區間估計法，可事先固定信賴區間的寬度以及涵蓋平均值的機率，將序貫方法朝前推進一步，引起相當多的回應作品。在 1981 和 1982 年周先生分別和其博士生余啟汾及 Martinsek 也發展了一套序貫點估計法，其特色是該方法具有有界缺憾 ( bounded regret )，並且不用假設母體分佈的形式。

同時，由於在實用上對序貫點估計法以及其他序貫方法，要求對其效能有較精細的描述，因而牽涉到隨機漫步 ( random walk ) 裏跨越邊界的理論與再生理論，周先生和黎子良先生、余啟汾先生、熊昭女士及張存惠先生等都有相關的合作作品，並集結在專書：Topics on Random Walks 裏。

最後必須一提的是，周先生和 Teicher 也合寫了一本適合研究生和研究者的教科書：Probability Theory。其副標題是 Independence, Interchangeability, Martingale。裏面包含了不少近代發展的結果。1978 年第一版以來，頗受歡迎，並分別在 1988、1997 修正二、三版。對一本深奧的教科書來說，能出這麼多版，

而且歷時二十年，這是少有的事，其對學術的影響更加深遠隱現。

## 周元樂主要論著目錄

### 專著

- 【1】 Great Expectations: The Theory of Optimal Stopping (with H. Robbins and D. Siegmund), (1972), Houghton Mifflin, Boston.
- 【2】 Probability Theory (with H. Teicher), 1<sup>st</sup> ed. (1978), 2<sup>nd</sup> ed. (1988), 3<sup>rd</sup> ed. (1997), Springer, N. Y.
- 【3】 Topics on Random Walks, (1995), Institute of Statistical Science, Academia Sinica, Taipei.

### 論文集

- 【4】 Yuan Shin Chow Collected Papers, (1993), Institute of Statistical Science, Academia Sinica, Taipei.

### 論文

1954:

- 【1】 On the Cesaro summability of Double Fourier series, Tohoku Math. Journ. 5, 277-283.

1960:

- 【2】 A martingale inequality and the law of large numbers, Proc. Amer. Math. Soc. 11, 107-111.
- 【3】 Martingales in a  $\sigma$ -finite measure space indexed by directed sets, Trans Amer. Soc. 97, 254-285.

1961:

- 【4】 On sums of independent random variables with infinite moments and fair games, (with H. Robbins), Proc. Nat. Acad. Sci. 47, 330-335.
- 【5】 Iterates of conditional expectation operators, (with D. L. Burkholder), Proc. Amer. Math. Soc. 12, 490-495.
- 【6】 A martingale system theorem and applications, (with H. Robbins), Proc. Fourth Berkeley Symp. on Math. Stat. And Prob., Vol. 1, 93-104.

1962:

- 【7】 Convergence theorems of martingales, Zeit. Wahrsch. 1, 340-346.

1963:

- 【8】 On optimal stopping rules, (with H. Robbins), Zeit. Wahrsch. 2, 33-49.
- 【9】 A renewal theorem for random variables which are dependent or non-identically distributed. (with H. Robbins), Ann. Math. Stat. 34, 390-396.

1964:

- 【10】 Optimal selection based on relative rank, (with S. Morguti, H. Robbins, and S. M. Samuels), Israel Journ. Math. 2, 81-90.

1965:

- 【11】 Local convergence of martingales and law of large numbers, Ann. Math. Stat. 36, 552-558.
- 【12】 On the asymptotic theory of fixed-width sequential intervals for the mean, (with H. Robbins), Ann. Math. Stat. 36, 457-462.
- 【13】 Moments of randomly stopped sums, (with H. Robbins and H. Teicher), Ann. Math. Stat. 36, 789-799.
- 【14】 On optimal stopping rules for  $S_n/n$ , (with H. Robbins), Ill. Journ. Math. 9, 444-454.
- 【15】 A martingale convergence theorem of Ward's type, Ill. Journ. Math. 9, 569-576.

1966:

- 【16】 On the moments of some one-sided stopping rules, Ann. Math. Stat. 37, 382-387.
- 【17】 On the second moments of some two-sided stopping rules, (with H. Teicher) Ann. Math. Stat. 37, 388-392.
- 【18】 Some convergence theorems for independent random variables, Ann. Math. Stat. 37, 1482-1493.

1967:

- 【19】 On the values of stochastic sequence, (with H. Robbins), Proc. Fifth Berkeley Symp. on Math. Stat. And Prob., Vol 1, 427-440.
- 【20】 A class of optimal stopping problems, (with H. Robbins), Proc. Fifth Berkeley Symp. on Math. Stat. And Prob., Vol 1, 419-426.
- 【21】 On the expected value of a stopped submartingale, Ann. Math. Stat. 38, 608-609.
- 【22】 On a strong law of large numbers for martingales, Ann. Math. Stat. 38, 610.

1968:

- 【23】 Convergence of sums of squares of martingales differences, Ann. Math. Stat. 39, 123-133.
- 【24】 On the monotonicity of  $E_p(S_i/t)$ , (with W. J. Studden), Ann. Math. Stat. 39,

1755.

1969:

- 【25】 Martingale extensions of a theorem of Marcinkiewicz and Zygmund, Ann. Math. Stat. 40, 427-433.
- 【26】 On the expected value of a stopped stochastic sequence, (with W. F. Stout), Ann. Math. Stat. 40, 456-461.
- 【27】 Monotonicity of the variance under truncation and variations of Jensen's inequality, (with W. F. Stout), Ann. Math. Stat. 40, 1106-1108.
- 【28】 Stopping rules for  $X_n/n$  and related problems, (with A. Dvoretzky), Israel Journ. Math. 7, 240-248.

1970:

- 【29】 The variance of some one-sided stopping rules, studies and essays (Presented to Yu-why Chen on his 60 Birthday), 299-307, Math. Res. Center, Nat. Taiwan University.

1971:

- 【30】 Almost certain summability of independent, identically distributed random variables, (with H. Teicher), Ann. Math. Stat. 42, 401-404.
- 【31】 The  $L_p$ -convergence for  $n^{-1/p}S_n$ ,  $0 < p < 2$ , Ann. Math. Stat. 42, 393-394.

1973:

- 【32】 Iterated logarithm laws for weighted of independent random variables, (with H. Teicher), Zeit. Wahrsch. 26, 87-94.
- 【33】 Limiting behavior of weighted sums of independent random variables, (with T. L. Lai), Ann. Probability 1, 810-824.
- 【34】 Some necessary conditions for a.s. convergence of sums of independent random variables, (with J. H. Abbott), Bull. Inst. Math. Acad. Sinica 1, 1-7.
- 【35】 Delayed sums and Borel summability for independent, identically distributed random variables, Bull. Inst. Math. Acad. Sinica 1, 207-220.

1975:

- 【36】 Optimal stopping rules for  $X_n/n$  and  $S_n/n$ , statistical inference and related topics, (with K. K. Lan), Vol. 2, Academic Press, New York, 159-177.
- 【37】 Some one-sided theorems on the tail distributions of sample sums with applications to the last time and largest excess of boundary crossings, (with T. L. Lai), Tran. Amer. Math. Soc. 208, 51-72.

1976:

- 【38】 Limiting behavior of  $\max_{j < n} S_j j^{-\alpha}$  and the first passage times in a random walk

with positive drift, (with Agnes Hsiung), Bull. Inst. Math. Acad. Sinica 4, 35-44.

1977:

- 【39】 On the existence of optimal stopping rules for the reward sequence  $S_n/n$ , (with A. K. Basu), Sankhya, Series A, 39, 278-289.

1978:

- 【40】 Paley-type inequalities and convergence rates related to the law of large numbers and extended renewal theory, (with T. L. Lai), Zeit. Wahrsch. Verw. Gebiete, 45, 1-19.

1979:

- 【41】 Extended renewal theory and moment convergence on Anscombe's theorem, (with Chao A. Hsiung and T. L. Lai), Ann. Probability 7, 304-318.
- 【42】 On the maximal excess in boundary crossings of random walks related to fluctuation theory and laws of large numbers, (with T. L. Lai), Bull. Inst. Math. Acad. Sinica 7, 271-289.
- 【43】 Conditions for the existence and nonexistence of optimal stopping rules for  $S_n/n$ , (with L. Cuzick), Proc. A.M.S. 75, 300-307.
- 【44】 Moments of ladder variables for driftless random walks, (with T. L. Lai), Zeit. Wahrsch. Verw. Gebiete, 48, 253-257.

1980:

- 【45】 Limit theorems for a positively drifting process and its t-related first passage times, (with C. A. Hsiung and K. F. Yu) Bull. Inst. Math. Acad. Sinica 8, 141-172.

1981:

- 【46】 The performance of a sequential procedure for the estimation of the mean, (with K. F. Yu), Ann. Stat. 9, 184-189.
- 【47】 Iterated logarithm laws with random subsequences, (with H. Teicher, C. Z. Wei and K. F. Yu), Z. Wahrsch. Verw. Gebiete, 57, 235-251.

1982:

- 【48】 Bounded regret of a sequential procedure for estimation of the mean, (with A. T. Martinsek), Ann. Stat. 10, 909-914.

1983:

- 【49】 A renewal theorem and its applications to some sequential procedures, (with C. A. Hsiung and K. F. Yu), Z. Wahrsch. Verw. Gebiete, 64, 241-250.

1984:

- 【50】 Some limit theorems for a subcritical branching process with immigration, (with K. F. Yu), J. Appl. Prob. 21, 50-57.

1986:

【51】 A note on Feller's strong law of large numbers, (with C. H. Zhang), Ann. Probab. 14, 1088-1094.

【52】 On moments of ladder height variables, Adv. Appl. Math. 7, 46-54.

1988:

【53】 On the rate of moment convergence of sample sums and extremes, Bull. Inst. Math. Acad. Sinica 16, 219-243.

1991:

【54】 Moment convergence for reciprocals of some first passage times, Amer. Jour. Math. And Management Sci. 11, 135-146.

1992:

【55】 On the law of iterated logarithm and the central limit theorem for the number of runs, Chinese Journ. Math. 20, 217-221.

1993:

【56】 A moment inequality for Hsu and Robbins series, Statistica Sinica 3, 1-7.

【57】 Complete convergence for U-statistics, Bull. Inst. Math. Academia Sinica 21, 95-101.

【58】 Wald's equation for a class of de-normalized U-statistics, (with V. H. de la Pena and H. Teicher), Ann. Prob. 21, 1151-1158.

1994:

【59】 On the moments of ladder epochs for driftless random walks. Applied Probability Tract. 201-205.

1997:

【60】 On the formula for the moment of ladder variables, Stat. Sinica 7, 149-150.

【61】 A central limit theorem for the number of success runs: an example of regenerative process, (with S. G. Kou), Stat. Sinica 7, 157-166.

【62】 On the upper limits of subsequences on the numbers of runs, (with Yao Wei Tsai), Bull. Inst. Math. Academia Sinica 25, 11-18.

#### 作者簡介

魏慶榮 1949 年生於台灣屏東縣。1976 年因周先生推薦赴美哥倫比亞大學數理統計系就讀，其間備受周先生照顧，並於 1980 年獲博士學位。曾任馬利蘭大學教授及中央研究院統計科學研究所第三、四屆所長，現為該所研究員。